CHAPITRE 20

CALCULS TOPOMÉTRIQUES ÉLÉMENTAIRES

Le condensé de calculs topométriques présenté ici n'est qu'un complément succinct au cours de topographie pratique. Les progrès de la technologie sont tels aujourd'hui que les calculs les plus complexes sont désormais traités automatiquement :

- calculs réalisés directement sur le terrain par le calculateur de l'instrument (tachéomètre électronique, niveau numérique, GPS) ;
- calculs réalisés sur ordinateur de poche (calculette programmable) ou sur station de bureau, au moyen de logiciels ultra performants : calculs en bloc, compensations par les moindres carrés, projets routiers.

Pour plus d'informations sur les calculs topométriques détaillés, on consultera l'ouvrage de « Calculs topométriques » édité par l'École Chez Soi (auteurs : Didier Cauliez et Jean-Marc Desmedt).

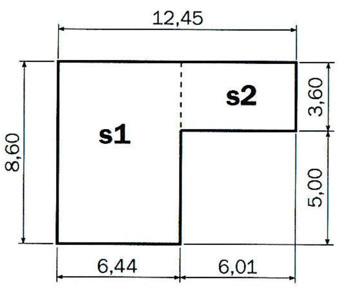
On rappellera simplement que les unités utilisées par le géomètre-topographe sont :

- le mètre pour les distances ;
- le grade pour les angles ;
- le m^2 pour les superficies ;
- le m^3 pour les volumes.

Tout résultat final comportera un nombre de décimales **égal** à celui exigé lors des mesures. Ce qui implique de conserver au moins une décimale de plus lors des calculs intermédiaires pour ne pas dégrader la précision finale.

Exemple

On désire connaître une surface Carrez à une décimale près. Les mesures sont indiquées sur le croquis suivant.



$$S = s1 + s2$$

Or :

$$s1 = 55{,}38 \text{ m}^2 \quad \text{et} \quad s2 = 21{,}64 \text{ m}^2$$

Donc :

$$\mathbf{S = 77{,}0 \ m^2}$$

et surtout pas 77 m^2 !

I. COORDONNÉES RECTANGULAIRES

Ce paragraphe concerne tous les calculs qui manipulent des coordonnées rectangulaires X,Y.

A. Mise en coordonnées d'un lever par abscisses et ordonnées

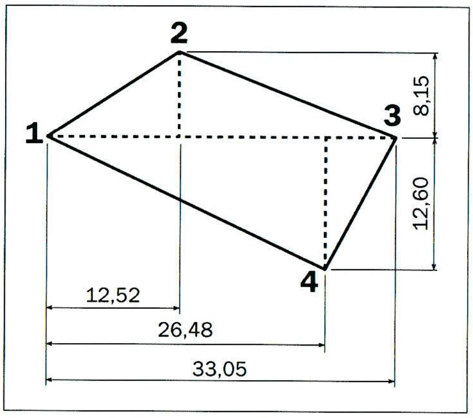


Figure 601. © ECS

Les sommets 1 et 3 forment la ligne de base, parallèle à l'axe des X. Les sommets 2 et 4 sont levés à l'équerrette.

Les abscisses sont cumulées ici.

On choisit arbitrairement les coordonnées de 1 :

- X1 = 100,00
- Y1 = 500,00

N° de sommet	X	Y
1	100,00	500,00
2	112,52	508,15
3	133,05	500,00
4	126,48	487,40

Tableau 74

B. Calculs de distances

On déduit des coordonnées X,Y les différences d'abscisses DX et d'ordonnées DY :

Pour un segment AB, on a :

- DX = XB – XA
- DY = YB – YA

Donc :

$$DX = X_{extrémité} - X_{origine}$$

et :

$$DY = Y_{extrémité} - Y_{origine}$$

La distance du segment se déduit de la formule de Pythagore :

$$D = \sqrt{DX^2 + DY^2}$$

N° sommet	X	Y	DX	DY	D
1	100,00	500,00			
			12,52	8,15	14,94 m
2	112,52	508,15			
			20,53	-8,15	22,09 m
3	133,05	500,00			
			-6,57	-12,60	14,21 m
4	126,48	487,40			
			-26,48	12,60	29,32 m
1	100,00	500,00			

Tableau 75

C. Calculs de superficie

La superficie par X,Y se déduit de la formule suivante, pour une boucle complète :

$$2S = \sum_{i=1}^{n}(X_i.Y_{i-1}) - \sum_{i=1}^{n}(X_i.Y_{i+1})$$

- pour i = 1 : **i - 1 = n**
- pour i = n : **i + 1 = 1**

N° sommet	X	Y	$X_i.Y_{i-1}$	$X_i.Y_{i+1}$
1	100,00	500,00		
2	112,52	508,15	56260	50815
3	133,05	500,00	67609,36	56260
4	126,48	487,40	63240	64848,57
1	100,00	500,00	48740	63240
			235849,36	235163,57
		2S =	685,79	
		S =	343 m²	

Tableau 76

D. Calculs de points alignés

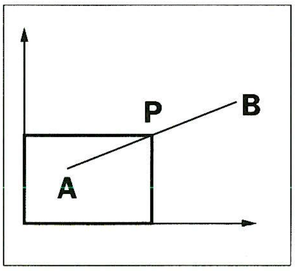


Figure 602. © ECS

Soit un point **P** aligné sur un segment, à une distance **d** du point origine.

On en déduit ses coordonnées X,Y par les formules suivantes :

D = distance AB	DX = XB – XA
d = distance AP	DY = YB – YA
A = point origine	DX' = DX.K
B = extrémité	DY' = DY.K
P = point aligné sur AB	
K = facteur d'homothétie = $\frac{d}{D}$ avec	**XP = XA + DX'**
K < 0 si d est opposé à AB	**YP = YA + DY'**

E. Calcul d'un point sur une perpendiculaire

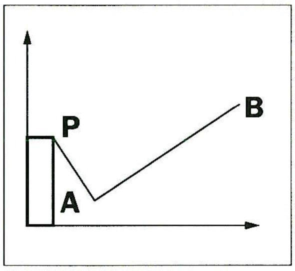


Figure 603. © ECS

Soit un point **P** perpendiculaire à **AB** en **A**, à une distance **h**.

On en déduit ses coordonnées X,Y par les formules suivantes :

D = distance AB	DX = XB – XA
h = distance AP (avec h < 0 à droite de AB)	DY = YB – YA
A = pied de perpendiculaire	DX' = –K.DY
B = extrémité	DY' = K.DX
P = point sur perpendiculaire	
K = facteur d'homothétie = $\frac{h}{D}$	**XP = XA + DX'**
	YP = YA + DY'

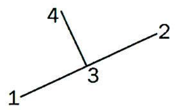
F. Distance d'un point à une droite

La distance h d'un point P par rapport à une droite AB est donnée par la formule :

$$h = \frac{(YP - YA)(XB - XA) - (XP - XA)(YB - YA)}{D_{AB}}$$

avec P à gauche de AB si h > 0.

Application numérique globale



X1 = 156,32 et Y1 = 541,95

X2 = 210,10 et Y2 = 580,04

1-3 (d) = +44,51

3-4 (h) = +18,36

Les calculs donnent :

- Distance 1-2 = 65,902
- DX = 53,78
- DY = 38,09

Point aligné 3 :

- K = 0,675397
- X3 = 192,642
- Y3 = 567,675

Point sur perpendiculaire :

- K = −0,422492
- X4 = 182,030
- Y4 = 582,658

La distance 4 à 1-2 donne bien +18,36 m.

II. LA BILATÉRATION

La bilatération consiste à déterminer les coordonnées X,Y d'un point au moyen de deux distances d1 et d2 mesurées depuis deux points connus en coordonnées X,Y.

- A = point d'origine
- B = point extrémité
- D = distance AB
- P = point à déterminer
- H = pied de perpendiculaire
- d = distance AH (d < 0 à l'opposé de AB, signe donné par la formule)
- h = hauteur (h > 0 à gauche de AB)

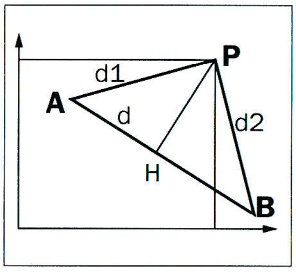


Figure 604. © ECS

Les formules suivantes donnent les valeurs d et h en fonction des rayons d1 et d2 et de la distance AB. On calcule ensuite le point aligné H puis le point P sur une perpendiculaire comme indiqué au paragraphe précédent.

$$d = \frac{(D)^2 + (d1)^2 - (d2)^2}{2D}$$

$$h = \sqrt{(d1)^2 - (d)^2}$$

III. LES ANGLES

Le cercle topométrique est différent du cercle trigonométrique. L'origine des angles est l'axe positif des Y (direction du Nord !) et le sens positif de rotation des angles (appelés gisements ici) est le sens horaire.

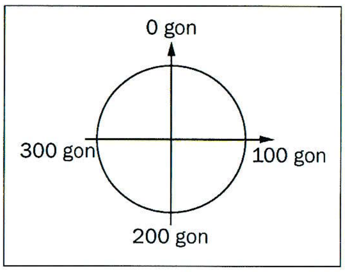


Figure 605. © ECS

Fonction arc	Solution 1	Solution 2
arc sinus : ASN	Angle affiché : A	200 – A
arc cosinus : ACS	Angle affiché : A	400 – A
arc tangente : ATN	Angle affiché : A	200 + A

Remarques : l'angle affiché est celui qui s'affiche sur le cadran de la calculatrice après que l'on a effectué la fonction arc ; il peut être négatif ! Quand l'angle affiché est négatif, il est souhaitable de lui ajouter 400 gon. Quand l'angle dépasse 400 gon, il est souhaitable de lui enlever autant de fois 400 gon que nécessaire :

0 ≤ ANGLE RETENU < 400 gon

NB : certaines calculatrices refusant les valeurs de tan(100) ou tan(300), on rajoutera alors 0,00001 gon, ce qui ne perturbera pas la qualité du résultat !

A. Angle azimutal ou horizontal

L'angle azimutal, ou horizontal, ou azimut, a pour origine la référence connue et pour extrémité le côté à orienter. Il se déduit des lectures azimutales faites sur le cercle du théodolite.

AZ ou AH = Lecture extrémité – Lecture référence

extrémité = côté à orienter

référence = côté origine

B. Gisement d'un côté

Pour calculer les coordonnées X,Y d'un point visé depuis une station connue, dans un système de coordonnées, il faut connaître son gisement G.

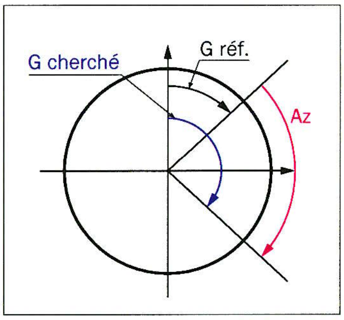


Figure 606. © ECS

Cela nécessite la connaissance du gisement de la référence et de l'azimut mesuré !

- S = station d'où est mesuré l'angle AZ (ou AH)
- SR = côté connu en gisement ou référence
- SP = côté à orienter
- AZ = angle horizontal mesuré entre SR et SP

$G_{SP} = G_{SR} + AZ$

Exemple

Si le gisement de SR = 264,000 gon et AZ = 312,605 gon :

Gisement de SP = 176,605 gon

Ce gisement permettra de calculer les DX et DY de SP en fonction de la distance SP (voir plus loin).

Attention : bien considérer les gisements issus de la station et jamais l'inverse !

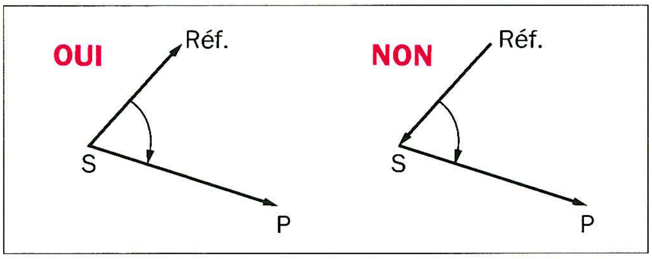


Figure 607. © ECS

Le gisement SR est différent du gisement RS d'un demi-tour !

$G_{SR} = G_{RS} \pm 200\ gon$

C. Go (Gzéro) d'une station

Ce n'est pas pratique de calculer l'azimut de chaque visée pour en déduire son gisement SP. En remplaçant dans la formule ($G_{SP} = G_{SR} + AZ$), AZ par sa valeur ($L_{ex} - L_{réf}$), on obtient :

$$G_{SP} = G_{SR} - L_{réf} + L_{ex}$$

On remarque aisément que $G_{SR} - L_{réf}$ est une constante de station que l'on nomme Go (Gzéro) car cela représente en réalité le gisement de la graduation du cercle du théodolite !

Dorénavant, il sera plus facile de calculer directement le gisement d'un côté quelconque à partir du carnet de terrain, par la formule classique :

$$G_{SP} = Go + \text{Lecture SP}$$

avec :

$$Go = G_{S réf} - \text{Lecture}_{S réf}$$

Remarque : si d'une station on peut d'abord viser plusieurs références, on pourra alors calculer plusieurs Go pour cette station. Le Go moyen sera plus précis et permettra en outre un contrôle par les écarts qu'il générera !

Station	Pts visés	AZ	Go	G
	11	0	314,159	**Réf = 314,159**
12	13	210,145	314,157	**Réf = 124,302**
	121	52,325	Go moyen = 314,158	366,483
	122	260,428		174,586
	123	380,544		294,702

Tableau 77. Exemple

IV. RÉSOLUTION DE TRIANGLES

Les formules suivantes permettent de calculer tous les éléments manquants d'un triangle (côtés, angles et superficie) en fonction des éléments connus nécessaires.

A. Triangles rectangles

- $A = 100$ gon
- a = hypoténuse
- $a^2 = b^2 + c^2$
- $2S = a.b.\sin(C)$
- $\sin(B) = \frac{b}{a} = \cos(C)$
- $\tan(B) = \frac{b}{c} = \frac{1}{\tan(C)}$

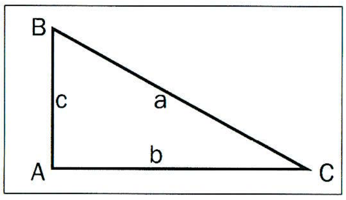


Figure 608. © ECS

B. Triangles quelconques

Cas n°1 : on mesure A, B et c ; on trouve :

$$C = 200 - A - B$$

$$a = \frac{c.\sin(A)}{\sin(C)}$$

$$b = \frac{c.\sin(B)}{\sin(C)}$$

$$S = \frac{a.b.\sin(C)}{2}$$

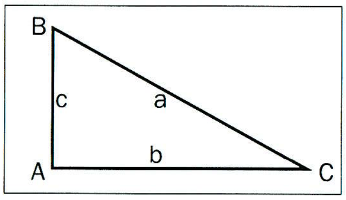


Figure 609. © ECS

Cas n°2 : on mesure A, b et c ; on trouve :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos(A)$$

$$\cos(B) = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2.a.c}$$

$$\cos(C) = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2.a.b}$$

$$S = \frac{a.b.\sin(C)}{2}$$

Cas n°3 : on mesure a, b et c ; on trouve :

$$A = ACS\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2.b.c}\right), \text{ etc.}$$

$$S = \frac{a.b.\sin(C)}{2}$$

Cas n°4 : on mesure A, c et a ; on trouve :

$$C = ASN\left(\frac{c.\sin(A)}{a}\right) = 2 \text{ solutions pour C sauf si } a > c.$$

$$B = 200 - A - C$$

$$b = \frac{a.\sin(B)}{\sin(A)}$$

$$S = \frac{a.b.\sin(C)}{2}$$

V. LES COURBES

Quelques rappels ici sur des formules faisant intervenir des lignes et des surfaces courbes.

- **Arc de cercle :**

$$\text{arc } \widehat{AB} = \frac{\pi.R.A}{200}$$

avec : A = angle au centre
R = rayon du cercle

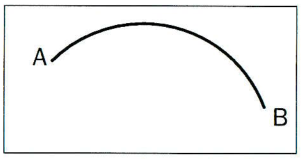


Figure 610. © ECS

- **Secteur circulaire :**

$$\text{Surface secteur} = \frac{\pi.R^2.A}{400}$$

avec : A = angle au centre
R = rayon du cercle

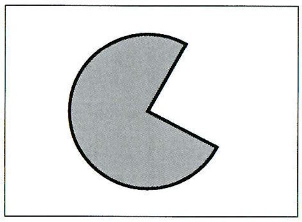


Figure 611. © ECS

- **Segment circulaire :**

$$\begin{aligned} & \text{Surface segment} \\ = \; & \text{Surface secteur} - \text{Surface triange} \\ = \; & \frac{\pi.R^2.A}{400} - R^2.\sin\left(\frac{A}{2}\right) \end{aligned}$$

avec : A = angle au centre
R = rayon du cercle

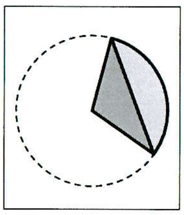


Figure 612. © ECS

- **Segment parabolique ou surface gauche :**

$$\text{Surface segment} = \frac{2}{3}(f.c)$$

avec : f = flèche
c = corde

condition : $f < \frac{c}{10}$

VI. COORDONNÉES POLAIRES

Le théodolite mesure des coordonnées polaires : gisement (après transformation de l'azimut) et distance horizontale (après réduction). Il s'agit de les transformer en coordonnées rectangulaires. Le calcul inverse se retrouve en implantation, où les coordonnées X,Y d'un point à implanter sont transformées en éléments d'implantation au théodolite : gisement et distance horizontale.

Remarque : la distance sera une distance horizontale Dh en système local ou une distance « Lambert » Do en système Lambert, qu'il soit NTF ou RGF93.

- S = station = origine
- P = point à déterminer
- SP = Dh ou Do
- G = Gisement de SP

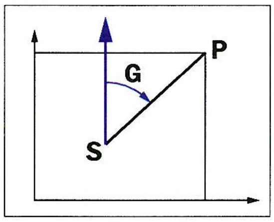
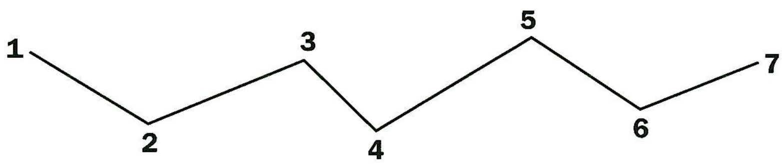


Figure 613. © ECS

P vers R	R vers P
DX = d.sin(G)	DX = XP – XS
DY = D.cos(G)	DY = YP – YS
	$D = \sqrt{DX^2 + DY^2}$
XP = XS + DX	
YP = YS + DY	$G_{SP} = \text{atn}\left(\frac{DX}{DY}\right)$
	NB : ajouter 200 gon à G affiché dans la calculatrice si DY < 0.

Le calcul polaire-rectangulaire est dit « par enchaînement » lorsque chaque point nouveau est calculé depuis le précédent : c'est le cas d'un cheminement, appelé aussi « polygonale » ou « antenne ».

Exemple



Soit une antenne de 1 à 7, avec les AZ suivants : AZ2 = 179,203 gon ; AZ3 = 275,666 gon ; AZ4 = 82,128 gon...

Le gisement de 1-2 = 116,444 gon ; X2 = 250,30 et Y2 = 756,65.

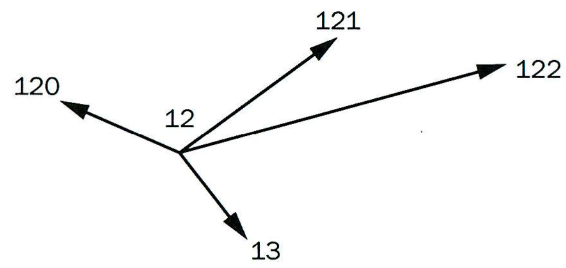
Les distances Dh sont : 2-3 = 156,32 m ; 3-4 = 165,88 m ; 4-5 = 148,53 m...

N°station	AZ	G	Dh	DX	DY	X	Y
1							
		116,444					
2	179,203					**250,30**	**756,65**
		95,647	156,32	155,954	10,680		
3	275,666					406,25	767,33
		171,313	165,88	72,243	-149,321		
4	82,128					478,50	618,01
		53,441	148,53	etc.	etc.		
etc.						etc.	etc.

Le calcul est dit « par rayonnement » lorsque tous les points sont calculés à partir d'une même station : c'est le cas du lever des détails au théodolite depuis une station connue.

Exemple numérique

Soit la station 12 (X12 = 100,00 et Y12 = 500,00), le gisement de la référence G12-13 est de 156,478 gon.



Le calcul du Go donne : 156,478 - 312,423 = –155,945.

St	Points	AZ	G	Dh	DX	DY	X	Y
12	13	312,423	156,478					
	120	94,521	338,576	60,45	-49,687	34,428	50,31	534,43
	121	225,879	69,934	32,46	28,906	14,766	128,91	514,77
	122	250,001	94,056	78,95	78,61	7,36	178,61	507,36

Calcul des gisement et distance de la façade 121-122 :

Pts	X	Y	DX	DY	G	D
121	128,91	514,77	49,70	–7,41	109,422	50,25
122	178,61	507,36				

VII. INTERSECTIONS

On l'a vu en topographie : la plupart des points levés sont déterminés géométriquement par intersection, droite-droite, droite-cercle ou cercle-cercle. Des formules trigonométriques permettent de calculer les coordonnées rectangulaires du point levé en fonction des lieux géométriques utilisés.

Rappelons qu'une droite est définie par :

- X,Y de 2 points : on calcule le gisement ;
- X,Y d'un point et un gisement ;
- un gisement (ou X,Y de 2 points) d'une droite parallèle et la valeur du décalage : on calcule les X,Y d'un point décalé (point sur une perpendiculaire).

Un cercle est défini par :

- les X,Y du centre et le rayon (cas général) ;
- les X,Y de 3 points du cercle (rare) : on calcule l'intersection de 2 médiatrices ;
- les X,Y de 2 points et l'angle visé sur ces 2 points (relèvement).

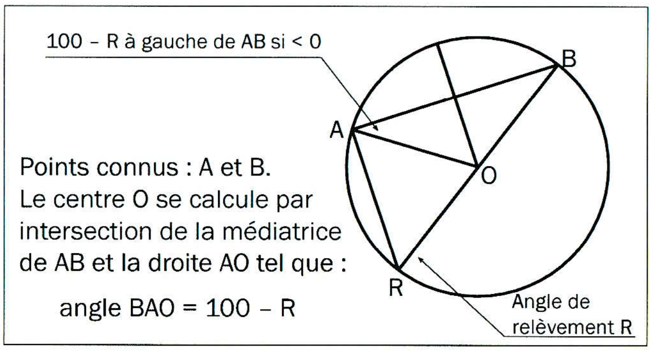


Figure 614. © ECS

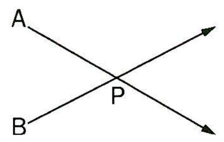
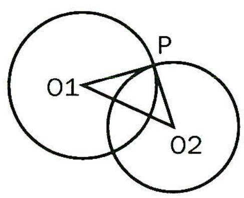
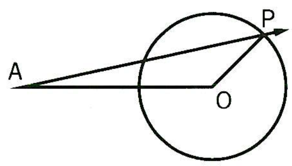
Intersection	Conventions	Formules
DD  	On connaît : XA, YA, XB, YB, G_{AP} et G_{BP}	$DY = \dfrac{(XB-XA)-(YB-YA).\tan(G_{BP})}{\tan(G_{AP})-\tan(G_{BP})}$ $DX = DY.\tan(G_{AP})$ $XP = XA + DX$ $YP = YA + DY$
CC  	On connaît : XO1, YO1, XO2, YO2, R1 et R2 On connaît aussi la solution à adopter sur les 2 possibles.	La résolution du triangle O1O2P donne l'angle O1. On en déduit le gisement G_{01P} à partir du gisement G_{0102}. On déduit DX et DY connaissant le gisement et la distance O1P. D'où X et Y de P.
DC  	On connaît : XA, YA, XO, YO On connaît aussi le gisement AP et le rayon OP = R.	On calcule la distance AO = D et l'angle PAO = A par différence de gisements. $AP = D.\cos(A) \pm \sqrt{R^2 - D^2.\sin^2(A)}$ 2 solutions en fonction du signe ! On en déduit DX et DY de AP connaissant le gisement et la distance AP, d'où X,Y de P.

Tableau 78

VIII. POLYGONALE

Une polygonale est une succession de stations reliées entre elles par des angles et des distances. Au contraire d'une antenne, la polygonale démarre d'un point connu (point de départ) pour se refermer sur un point connu (point de fermeture). Elle s'oriente au moyen d'un gisement connu (gisement de départ) et se contrôle au moyen d'un gisement connu (gisement de fermeture).

L'avantage de la polygonale est la possibilité de contrôler la fermeture angulaire (si les côtés ne sont pas trop courts !) et surtout la fermeture planimétrique, significative d'une précision.

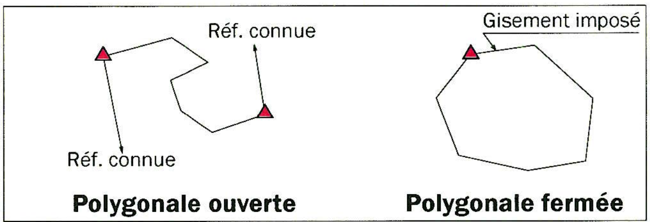


Figure 615. © ECS

Les erreurs cumulées par les observations et l'imperfection des points d'appui provoquent des écarts de fermetures angulaires et planimétriques. Ces écarts sont « compensés » pour absorber les écarts : on parle d'ajustement de la polygonale. La compensation par logiciel est traitée par les moindres carrés. En calcul manuel, on se contente de répartir uniformément les écarts.

Fermeture angulaire : le gisement d'un côté se déduit du précédent au moyen de AZ comme on l'a déjà vu :

$$\text{Gisement côté} = \text{gisement précédent} + AZ \pm 200$$

Le terme ± 200 ayant pour seul effet de remettre le gisement précédent dans le bon sens ! Au bout du cumul, on devrait tomber sur le gisement de fermeture. En cas d'écart de fermeture angulaire EA, on le répartit sur tous les n AZ observés. La compensation est donc égale à :

$$EA = \text{gisement fermeture} - \text{gisement cumulé}$$

$$\text{Compensation} = \frac{EA}{n}$$

Fermeture planimétrique : les X,Y de chaque sommet se déduisent des X,Y du sommet précédent. Au bout du cumul, on devrait retomber sur les X,Y du point de fermeture ! En cas d'écart EX ou EY, on le répartit sur tous les n DX et n DY intermédiaires de façon uniforme :

$$EX = (X\text{fermeture} - X\text{départ}) - \sum DX \quad \text{(idem pour les Y)}$$

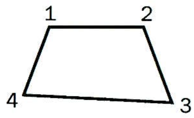
$$\text{Compensation} = \frac{EX}{n} \quad \text{(idem pour les Y)}$$

Exemple numérique

Soit la polygonale fermée 1234

Gisement imposé 1-2 = 100,000 gon

Coordonnées arbitraires, X1 = 100,00 et Y1 = 500,00.



St	AZ	G	D	DX	DY	X	Y	St
1						100,00	500,00	1
		100,000	123,44	123,~~440~~	~~0,000~~			
2	291,60~~5~~			4425	-0,006	223,44	499,99	2
	3	191,603	125,99	16,~~569~~	-124,~~895~~			
3	303,08~~9~~			5715	901	240,01	375,09	3
	7	294,690	152,43	-151,~~900~~	-12,~~699~~			
4	310,79~~5~~			8975	705	88,12	362,39	4
	3	5,483	138,13	11,~~881~~	137,~~618~~			
1	294,51~~9~~			8835	612	100,00	500,00	1
	7	100,000						
2								
	Somme : 1200,008 EA = -0,008 Comp = -0,002	G cumulé = 100,008		Somme = -0,10 EX = +0,010 Comp = +0,0025	Somme = 0,24 EY = -0,024 Comp = -0,006			

IX. LE NIVELLEMENT

Il convient ici de distinguer, pour le calcul des altitudes Z, le nivellement direct et le nivellement indirect.

A. Nivellement direct

Organigramme de calcul d'un lever :

- Calcul de la fermeture du cheminement :

$$\text{écart EZ} = (\text{Zfermeture} - \text{Zdépart}) - \sum DZ$$

- Compensation uniforme du cheminement :

$$\frac{EZ}{n}$$

à répartir sur toutes les DZ, et contrôle de la fermeture à zéro et calcul des altitudes du cheminement.

- Calcul des ZPV (altitude du plan de visée) moyens de chaque station :

$$ZPV_R = ZR + LR$$

$$ZPV_V = ZV + LV$$

et finalement :

$$ZPVmoyen = \frac{ZPV_R + ZPV_V}{2}$$

- Calcul des Z des points de détails :

$$Zi = ZPV - Li$$

Exemple pour le cheminement suivant

St	Pts	R	V	V détails	DZ chemt	Z	Remarques
I	R1	1,515			0,31~~2~~	**22,300**	
	1		1,203		4	22,614	
II	1	1,012			-0,79~~7~~	22,614	ZPV_R = 23,626
	2		1,809		5	21,819	ZPV_V = 23,628
	101			0,385		23,242	ZPV = 23,627
	102			2,150		*21,477*	
III	2	0,756			-1,0~~21~~	21,819	
	R2		1,777		19	**20,800**	
		3,283	4,789		DZ totale = -1,506	DZ vraie = -1,500	
		DZ totale = -1,506			EZ = 0,006		
					Comp = 0,002		

Remarque : on peut effectuer aussi un cheminement double ou triple (trois lectures sur mire). Les calculs sont un peu plus longs mais le principe reste le même !

B. Nivellement indirect tachéométrique

L'organigramme de lever est peu différent du précédent, sauf à calculer des dénivelées moyennes du cheminement quand celui-ci est exécuté par visées réciproques :

$$\text{DZmoyenne} = \frac{\text{visée directe} - \text{visée inverse}}{2}$$

Rappel :

$$DZ = Dp.\cos(V) \left(\text{ou } \frac{Dh}{\tan(V)} \right) + ht - hs + CNA$$

Organigramme de calcul d'un lever :

- Calcul de la fermeture du cheminement :

$$\text{écart EZ} = (\text{Zfermeture} - \text{Zdépart}) - \sum DZ$$

- Compensation des DZ proportionnellement aux distances des visées :

$$\text{compensation} = \frac{EZ.Di}{\sum di}$$

Et calcul des altitudes du cheminement.

- Calcul des ZPV de chaque station :

ZPV (ou « cote bleue ») = $Z_{station}$ + ht

avec ht = hauteur des tourillons

- Calcul des Z des détails :

Zdétails = ZPV + DNI − hs + CNA

avec : hs = hauteur signal
CNA = correction de niveau apparent

Remarque importante : si le point de départ est un repère de nivellement non stationnable, il convient de modifier le signe de la dénivelée lue sur ce repère car c'est une visée inverse au sens du cheminement ! Par contre, si le point de fermeture est un repère de nivellement non stationnable, la dénivelée observée sur ce repère est dans le bon sens du cheminement ! Donc pas de modification de signe dans ce cas là.

Exemple numérique

Cheminement exécuté avec un tachéomètre qui affiche ici directement les dénivelées calculées avec ht et hs paramétrées, et les distances Dh.

St	Pts	Dh	AZ	DZ	DZmoyen	hs	Z Pts	Remarques
1 h = 1,540	2	212,60		+0,414	0,4~~16~~ 24		36,904	Z1 = 36,48
2 ht = 1,62	1 3	184,60		-0,418 +0,207	0,2~~11~~ 18		37,122	
3 ht = 1,65	2 4	301,41		-0,215 1,112	1,1~~16~~ 28		38,25	
4 ht = 1,66	3			-1,120				Z4 = 38,25
	Σ	698,61			1,743 EZ = 0,027			DZ vraie = 1,77

X. POINT NODAL

Le point nodal est un point de convergence de plusieurs cheminements, planimétriques ou altimétriques. La surabondance des résultats (trois au moins) permet à la fois le contrôle des opérations et améliore la qualité du résultat moyen pondéré. La pondération de chaque résultat en fonction de sa qualité (plus un cheminement est court, plus il est meilleur !) est un critère de qualité.

$$\text{Moyenne pondérée} = \frac{M1.P1 + M2.P2 + M3.P3 + \ldots}{\sum \text{poids Pi}}$$

Les poids Pi sont calculés en fonction des écarts-types instrumentaux cumulés sur le cheminement considéré Ci, voire des écarts-types des points d'appui d'origine. Soit σi l'écart-type total théorique généré par le cheminement Ci, le poids correspondant à son résultat individuel Mi est égal à :

$$Pi = \frac{1}{\sigma i^2}$$

La précision espérée du résultat pondéré est :

$$\sigma m = \sqrt{\frac{1}{\sum Pi}}$$

Le contrôle du point nodal se vérifie pour que chaque écart individuel (moyenne pondérée - résultat individuel) soit inférieur à :

$$\sqrt{(\sigma i)^2 - (\sigma m)^2}$$

Exemple numérique pour un point nodal de nivellement direct

Les trois repères d'appui sont du quatrième ordre, d'écart-type moyen de 5 mm (erreur de rattachement). Le niveau utilisé présente un écart-type instrumental de 4 mm/(km)$^{1/2}$.

On calcule pour chaque cheminement l'écart-type global : $\sigma i = \sqrt{(\sigma_{rat})^2 + (\sigma_{inst})^2}$

Branches	Résultats individuels	σi et Pi	Moyenne pondérée et σm	$E < \sqrt{(\sigma i)^2 - (\sigma m)^2}$
1 = 1200 m	35,412	σ1 = 6,7 mm P1 = 0,0223	**35,414**	2 mm < 5,2
2 = 1800 m	35,418	σ2 = 7,4 mm P2 = 0,0183	σm = 4,3 mm	4 mm < 6
3 = 2950 m	35,410	σ3 = 8,5 P3 = 0,0138		4 mm < 7,3

XI. CHANGEMENT DE SYSTÈMES

C'est le problème qui consiste à passer d'un système local à un système général (Lambert ou autre) ou inversement. La condition minimale pour réaliser cette transformation est de connaître deux points communs dans les deux systèmes. Le calcul des distances et des gisements de cette base commune permettra la rotation, l'homothétie et la translation nécessaires.

A. Changement sur deux points communs

Conventions	Formules	Coordonnées nouvelles de P
Ancien système : X'OY'. Nouveau système : XOY. Points communs : A et B. A étant l'origine. P est un point quelconque.	angle de rotation $R = G_{AB} - G_{A'B'}$ Homothétie $K = \frac{D_{AB}}{D_{A'B'}}$	$DX = K.(DX'.\cos(R) + DY'.\sin(R))$ $DY = K.(DY'.\cos(R) - DX'.\sin(R))$ $XP = YA + DX$ $YP = YA + DY$

Exemple

On veut implanter deux points 3 et 4 à l'équerrette sur la base 1-2 : G1-2 = 98,066 gon et D1-2 = 73,104 dans l'ancien système.

On pose dans le nouveau système G1-2 = 100 gon, X1 = 0, Y1 = 0, X2 = 73,104 et Y2 = 0.

Pts	X	Y
1	212.36	610,25
3	220,64	615,33
4	252,77	604,64
2	285,43	612,47

L'angle R = 1,934 gon et K = 1. L'origine des points suivants pour le calcul des DX' et DY' est le point 1.

Pts	DX'	DY'	DX	DY	Abscisse	Ordonnée
3	8,28	5,08	8,43	4,83	8,43 m	4,83 m
4	40,41	-5,61	40,22	-6,83	40,22 m	-6,83 m

B. Changement sur plus de deux points

En toute logique, le changement de système devrait se faire sur plusieurs points communs (au moins trois), bien répartis sur la surface du lever : c'est **l'adaptation d'Helmert**.

Les calculs sont alors complexes et nécessitent une calculatrice programmable pour appliquer des formules barycentriques qui mettront en évidence des erreurs résiduelles, significatives de la précision obtenue.

X,Y du barycentre	Translation	Paramètres	Formules
Ancien système : $X'G = \sum \frac{X'i}{n}$ $Y'G = \sum \frac{Y'i}{n}$	Ancien système : $x'i = X'i - X'G$ $y'i = Y'i - Y'G$	$a = \frac{\sum(xi.x'i + yi.y'i)}{\sum((xi)^2 + (yi)^2)}$ $b = \frac{\sum(yi.x'i - xi.y'i)}{\sum((xi)^2 + (yi)^2)}$ $p = XG - a.X'G + b.Y'G$ $q = YG - a.Y'G - b.X'G$	$X = p + a.x - b.y$ $Y = q + b.x + a.y$
Nouveau système : $XG = \sum \frac{Xi}{n}$ $YG = \sum \frac{Yi}{n}$	Nouveau système : $xi = Xi - XG$ $yi = Yi - YG$		

XII. MÉTHODE DE HATT POUR POINTS ISOLÉS

La plupart des points de canevas d'ensemble ou de canevas tout court sont aujourd'hui déterminés par GPS ou par calculs en bloc. La détermination par points isolés (relèvement, intersection, multilatération et toutes combinaisons possibles) reste exceptionnelle et se calcule en principe par les moindres carrés. La méthode de Hatt, semi graphique, présente cependant l'avantage d'être assez rapide et fiable pour être exposée ici.

Elle consiste à construire sur un graphique à grande échelle (1/10 en général) les segments-lieux qui forment le « chapeau » autour d'un point provisoire calculé à partir de données strictes (trois visées de relèvement, deux visées d'intersection ou deux distances de multilatération).

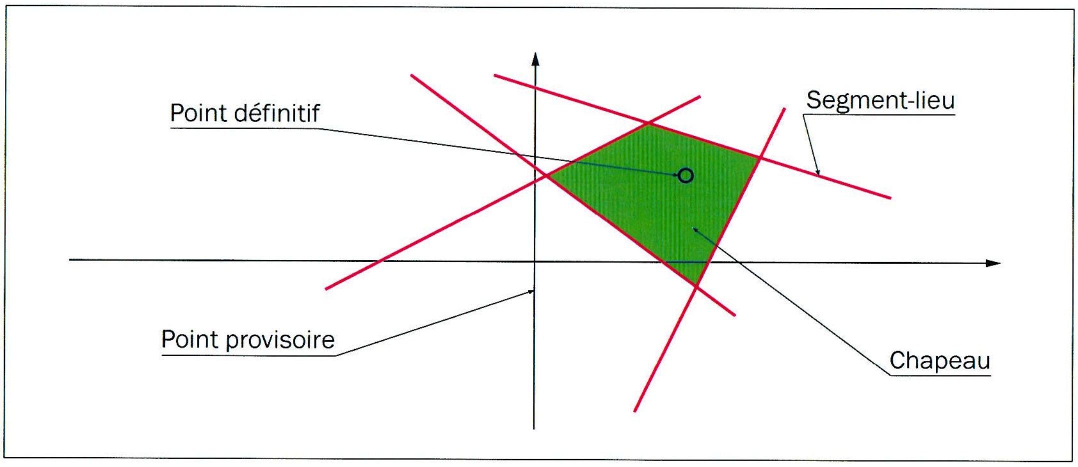
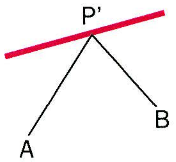
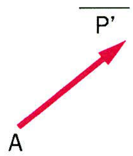
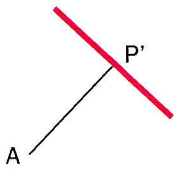


Figure 616. © ECS

Le positionnement du segment-lieu par rapport au point provisoire **P'** s'opère au moyen de son gisement **G** et de son décalage **d**. Le choix du point définitif tient compte de la sensibilité globale des segments-lieux, liée à la précision de l'instrument.

Procédé	Gisement G	Décalage d > 0 à gauche du G	Remarque
Relèvement 	G segment AB = GAP' + GBP' – GAB	sensibilité s en mm : $s_{mm} = \frac{1{,}57.AP'_{km}.BP'_{km}}{AB_{km}.\sigma}$ décalage : $d_{mm} = s_{mm}.\frac{Go_B - Go_A}{\sigma}$ avec les Go exprimés en décimilligrades	n visées génèrent (n – 1) segments indépendants à choisir parmi les moins sensibles et qui se coupent le mieux !
Intersection 	G segment = G de la visée = GAP'	sensibilité s en mm : smm = 1,57.AP'km.σ décalage : $d_{mm} = s_{mm}.\frac{G_{AP'} - G_{AP}}{\sigma}$ avec les G exprimés en déci-milligrades	n visées génèrent n segments !
Multilatération 	G segment = GAP' + 100	sensibilité = σdistance décalage : $d_{mm} = D_{AP} - D_{AP'}$ avec les distances D exprimées en mm	n distances génèrent n segments.

La qualité de détermination du point se retrouve évidemment dans la taille du chapeau. On kutche la distance **di** du point définitif à chaque segment et on déduit l'erreur moyenne quadratique du point :

$$emq = \sqrt{\sum\left(\frac{(di)^2}{n}\right)}$$

Exemple numérique d'insertion

Un point 30 est déterminé par relèvement (visées sur les points 36, 28, 29, 49), par intersection (visée 29-30) et par multilatération (distance 28-30). Les observations sont les suivantes :

Relèvement	Intersection	Multilatération
36 : 0,0000 gon 28 : 81,1276 gon 29 : 177,4209 gon 49 : 249,2287 gon σ = 5 dmgon	G observé 29-30 = 247,8081 gon σ = 5 dmgon	D observée = 3022,463 m σ = 1 mm + 1 ppm soit un σi de 3,2 mm sur D

Le point provisoire P' est calculé par les visées de relèvement sur les points 28, 29 et 49.

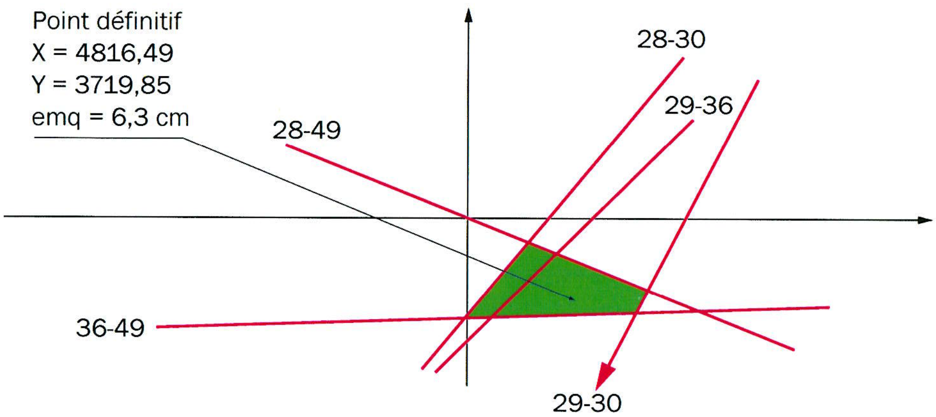
XP' = 4816,337 et YP' = 3719,956.

.../...

.../...

Pt I	X	Y	GIP'	DIP'	Go = $G_{P'I}$ – AZI
28	2731,02	5907,61	151,5244	3022,313	270,3968
29	6370,93	5384,96	247,8177	2277,937	270,3968
36	1566,72	2089,30	70,3917	3635,801	270,3917
49	7466,94	2875,93	319,6255	2781,740	270,3968

Procédé	Segment-lieu	Sensibilité	Gisement G au dgon près*	Décalage d (> 0 à gauche)	Segments retenus
Relèvement	28-29	22 mm	290,2	0	
	28-36	32,5 mm	3,1	-329 mm	
	28-49	17,5 mm	334,8	0	x
	29-36	17,5 mm	56,5	-176 mm	x
	29-49	28 mm	393,6	0	
	36-49	20,5 mm	298,4	207 mm	x
Intersection	29-30	27 mm	247,8	344 mm	x
Multilatération	28-30	32 mm	251,5	150 mm	x
* Précision bien suffisante pour le graphique !					



NB : le calcul par moindres carrés donne : X = 4816,490 et Y = 3719,868, emq = 5,7 mm !

XIII. DIVISIONS DE SURFACES

On étudiera ici la division d'une surface par une ligne divisoire passant par un sommet, parallèle à une direction donnée ou passant par un point situé dans la parcelle, quand la superficie est imposée.

A. Ligne divisoire passant par un sommet de la parcelle

Il suffit de tracer un triangle avec le sommet imposé C, le point nouveau P et un sommet proche, ici E : sa superficie s est déduite de la surface ADCE moins la surface imposée.

$$PE = \frac{2.s}{CE.\sin(E)}$$

L'angle E se déduit des gisements EC et EA.

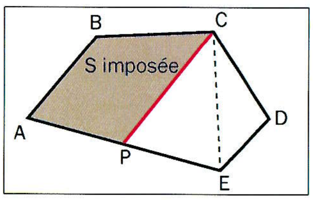


Figure 617. © ECS

B. Ligne divisoire parallèle à une direction donnée

On prolonge les côtés qui supportent les sommets de la ligne divisoire MN de gisement imposé.

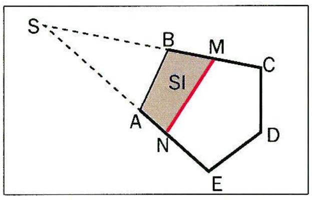


Figure 618. © ECS

On calcule les X,Y du point d'intersection S et la surface SMN :

s = surface SAB + surface imposée SI

Les angles M et N se déduisent des gisements SA, SB et MN :

$$SM = \sqrt{\frac{2s.\sin(N)}{\sin(M).\sin(S)}}$$

$$SN = \sqrt{\frac{2s.\sin(M)}{\sin(N).\sin(S)}}$$

Exemple numérique

XA = 100,00 et YA = 500,00
XB = 110,00 et YB = 600,00
XC = 200,00 et YC = 595,00
XE = 170,00 et YE = 460,00

Surface imposée ABMN = 3 000 m^2
Gisement imposé NM = 20 gon

L'intersection des droites BC et AE donne :

- XS = -94,92 et YS = 611,38
- les angles :
  - N = 86,950 gon
  - M = 83,533 gon
  - S = 29,517 gon

SM = 245,462 d'où :

XM = 150,16 et YM = 597,77

SN = 242,370 d'où :

XN = 115,51 et YN = 491,14

La superficie ABMN est bien égale à 3000 m^2.

C. Ligne divisoire passant par un point interne

Ce cas plus rare se résout par équation du 2e degré.

Le point P imposé permet de calculer les angles S1 et S2.

Comme précédemment, on calcule la superficie SFE :

s = superficie SAB + superficie imposée

L'équation du 2e degré donne une solution de SF :

$$SP\left((SF)^2.\sin(S1)+\frac{2s.\sin(S2)}{\sin(S)}\right)-2s.SF=0$$

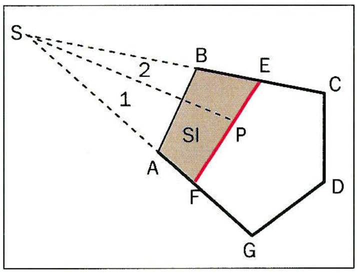


Figure 619. © ECS

Exemple

En reprenant la figure précédente, avec un point P tel que XP = 140,00 et YP = 560,00, calculons les X,Y de F et E pour une surface imposée ABEF = 3000 m^2.

On a :

- 2s = 26 606 m^2
- S1 = 19,341 gon
- S2 = 10,176 gon
- SP = 240,477 m

Équation du 2e degré :

$$SF^2-369,83\times SF+31652,64=0 \Leftrightarrow SF=235,32\,m$$

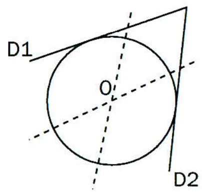
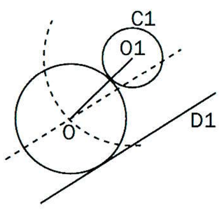
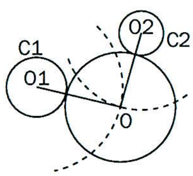
XF = 109,39 et YF = 494,63
XE = 157,49 et YE = 597,36

La superficie ABEF est bien de 3000 m^2.

XIV. LES RACCORDEMENTS

Dans ce paragraphe ne seront abordés que les raccordements circulaires simples et doubles ; les raccordements circulaires par des cercles de rayon inconnu et les raccordements par clothoïdes ou paraboles seront consultés plus en détail dans le cours de calculs topométriques.

A. Raccordements circulaires simples

Cercle tangent à 2 droites Les droites D1 et D2 sont définies. Le rayon R du cercle cherché est connu.		Le centre O se trouve à l'intersection de 2 droites : droites parallèles à D1 et D2, décalées du rayon R. 4 solutions possibles : une seule intéresse le croquis.
Cercle tangent à une droite et un cercle La droite D1 et le cercle C1 de rayon R1 sont définis. Le rayon R du cercle cherché est connu.		Le centre O du cercle se trouve à l'intersection d'une droite parallèle à D1 décalée de R et d'un cercle centré en O1, de rayon : R + R1 ou R – R1 selon que le cercle cherché est extérieur à C1 ou l'englobe. 4 solutions possibles mais une seule intéresse le croquis.
Cercle tangent à 2 cercles Les 2 cercles C1 et C2 de rayon R1 et R2 sont définis. Le rayon R du cercle cherché est connu.		Le centre du cercle se trouve à l'intersection de 2 cercles centrés en C1 et C2, de rayons respectifs : R + R1 ou R – R1 R + R2 ou R – R2 selon que le cercle cherché est extérieur à C1 et C2 ou les englobe. 8 solutions possibles : une seule intéresse le croquis.

B. Raccordements circulaires doubles

Soit :

- un cercle C1 de rayon R1 et un cercle C2 de rayon R2 ;
- alignements droits ST1 et ST2 imposés ;
- O1, O2, T3 sont alignés ;
- AT1 = AT3 ;
- BT3 = BT2 ;
- angle T1O1T3 = SAB ;
- Angle T2O2T3 = ABS ;
- O1O2 = R1 – R2

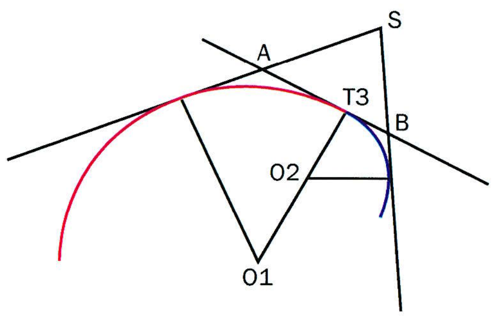


Figure 620. © ECS

Cas classiques :

1. On connaît les X,Y de T1 (ou T2), A et B :

   La relation AT1 = AT3 donne T3 puis T2 car BT3 = BT2.

   On obtient les centres O1 et O2 par intersection des droites perpendiculaires en T1, T2 et T3.

2. On connaît les X,Y de T1 (ou T2), R1 et R2 :

   On calcule X,Y de O1, puis de O2, intersection d'une droite décalée de ST2 du décalage R2 et d'un cercle centré en O1, de rayon (R1 – R2).

3. On connaît les X,Y de A, B et R1 (ou R2) :

   On calcule O1 par intersection de droites décalées à ST1 et AB du décalage R1. Puis la perpendiculaire à AB depuis O1 donne T3, d'où BT3 = BT2.

   La perpendiculaire en T2 à ST2 donne O2 sur la droite O1T3.

4. On connaît les X,Y de T1, puis R1 et l'angle au centre O1 :

   On en déduit les X,Y de O1 puis de T3. La perpendiculaire à T3 coupe ST1 et ST2 en A et B d'où BT3 = BT2.

   La perpendiculaire à ST2 en T2 coupe O1T3 en O2.

etc.

C. Éléments d'implantation des points complémentaires

Les éléments de base d'un cercle de raccordement sont :

- les points de tangence T1 et T2, le centre O et le sommet S ;
- les distances ST1 et ST2 ;
- le rayon R du cercle ;
- l'angle au centre O ;
- la longueur de l'arc T1T2.

Il convient maintenant de fournir au géomètre de chantier les X,Y des points complémentaires de la courbe, en la partageant en n segments circulaires, n étant un nombre entier pair pour respecter une symétrie, d'une longueur telle que la corde soit égale ou inférieure à une distance imposée par le cahier des charges.

Corde ≤ distance imposée

On calcule une première valeur approchée de l'angle de partage en fonction de la corde maximum imposée « c » :

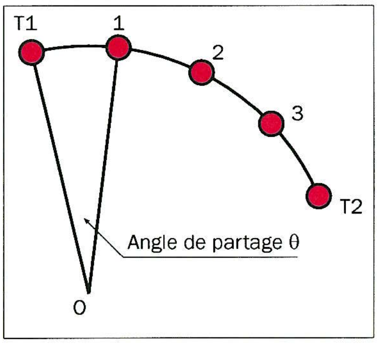


Figure 621. © ECS

$$\theta' = 2.\text{ASN}\left(\frac{c}{2R}\right)$$

d'où :

$$n' = \frac{\text{angle O}}{\theta'}$$

avec n = entier directement > à n'

d'où :

$$\theta = \frac{\text{angle O}}{n}$$

On calcule ensuite les gisements en additionnant θ à OT1, puis à O1...

On en déduit les X,Y des points complémentaires avec le rayon constant.

Enfin, contrôle des cordes.

Exemple numérique

- R = 500 m
- Corde = 20 m maxi
- O = 112,408 gon

D'où :

$$\theta' = 2{,}547$$

Soit n' = 44,1 et enfin n = 46.

Donc θ = 2,4437 gon pour une corde de 19,191 m.

D. La clothoïde

Une simple explication ici de l'utilité de la clothoïde pour les raccordements routiers. Lorsque le rayon de raccordement circulaire est suffisamment grand pour la vitesse considérée, il n'y a pas de risque de dérapage. Ce qui n'est pas le cas si les contraintes locales obligent à utiliser un cercle de rayon trop petit : dans ce cas le dérapage doit être compensé par le relèvement du virage appelé « dévers » d'une pente donnée par des tableaux officiels.

Il faut cependant aborder ce virage relevé progressivement, ce qui explique l'intercalation d'une courbe à rayon progressif entre l'alignement droit et la courbe circulaire, qu'on appelle clothoïde de transition, de formule :

$$A = \sqrt{L.R}$$

avec : R = rayon du cercle
L = longueur de clothoïde

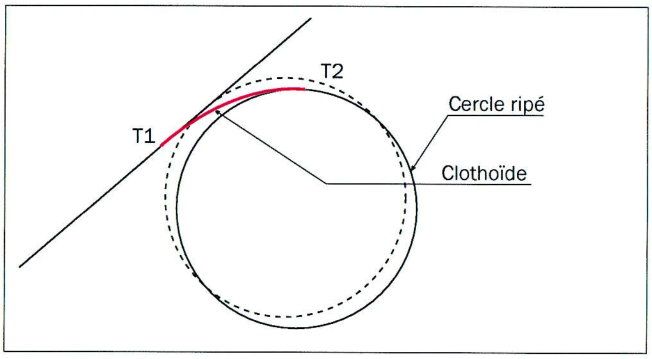


Figure 622. © ECS

E. La parabole de raccordement

On emploie une parabole pour raccorder deux portions de routes de pentes différentes, dans le plan vertical, pour éviter le « coup de raquette », qui remplace un cercle de rayon R imposé par des tableaux officiels.

- A est connu en X,Y.
- p1 et p2 sont :
  - > 0 pour des rampes ;
  - < 0 pour des pentes.
- D est la distance horizontale entre T1 et T2.
- AB est l'abaissement s.
- R est > 0 si le centre est au-dessus des droites.
- S est le sommet de la parabole.

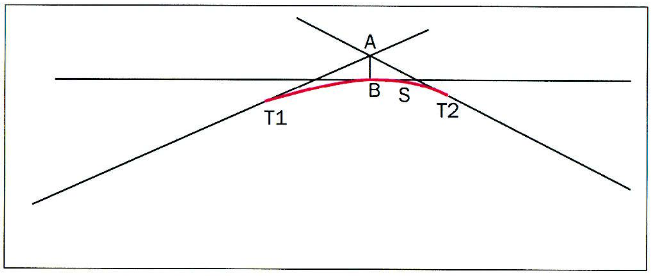


Figure 623. © ECS

Formules :

$$D = R(p2 - p1) \quad \text{et} \quad s = \frac{D^2}{8R}$$

$$XT1 = XA - \frac{D}{2} \quad \text{et} \quad YT1 = YA - p1.\frac{D}{2}$$

$$XT2 = XA + \frac{D}{2} \quad \text{et} \quad YT2 = YA + p2.\frac{D}{2}$$

$$XS = XT1 - p1.R = XT2 - p2.R$$

et

$$YS = YT1 - (p1)^2.\frac{R}{2} = YT2 - (p2)^2.\frac{R}{2}$$

Pour chaque point complémentaire de la parabole, on se fixe l'abscisse XP et on en déduit :

$$YP = YS + \frac{(XP - XS)^2}{2R}$$

Exemple numérique

- p1 = –4,32%
- p2 = 2,19%
- R = +1500
- XA = 80,59
- YA = 102,97
- D = 97,65
- s = 0,79 m
- XT1 = 31,77 et YT1 = 105,08
- XT2 = 129,42 et YT2 = 104,04
- XS = 96,57 et YS = 103,68

Pour une abscisse XP = 50,00 on obtient YP = 104,40.

XV. LE RELIEF

Ce paragraphe est consacré à tout ce qui concerne le relief : calculs de pentes, d'altitudes, de plans inclinés, de profils en long et en travers, de cubatures...

A. Calcul de pentes

- Pente d'une ligne AB :

$$p\% = \frac{100.DZ}{D}$$

avec DZ = dénivelée de AB et D sa distance horizontale.

- **Altitude d'un point P situé entre 2 courbes de niveau :**
  Soit E l'équidistance, D la distance entre les 2 courbes au niveau de P et d la distance entre P et la courbe inférieure. On a :

$$h = \frac{E.d}{D} \qquad \text{et} \qquad ZP = Z\text{inf} + h$$

- **Plus grande pente d'un plan incliné défini par 3 points connus en X,Y,Z :**
  On calcule les coordonnées X,Y,Z du point aligné entre les points d'altitude extrême et qui a pour altitude celle du point d'altitude intermédiaire, par la relation d'homothétie :

$$\frac{d}{D} = \frac{dZ}{DZ}$$

  La droite qui joint ce point au point d'altitude moyenne matérialise donc une horizontale du plan : la droite perpendiculaire à cette horizontale a donc la plus grande pente ! On en déduit la distance D d'un point d'altitude extrême à cette horizontale (2 solutions) et :

$$pgp\,\% = \frac{100.DZ}{D}$$

- **Pente quelconque p d'un plan incliné en fonction de la plus grande pente pgp :**
  Soit AZ l'azimut entre la plus grande pente pgp et la pente quelconque p, on a :

$$p = pgp.\cos(AZ)$$

- **Altitude des points d'un plan, connus en X,Y :**
  On calcule leur distance D à l'horizontale du plan préalablement déterminée, et :

$$DZ = pgp.D$$

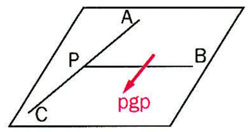
  puis :

$$Z = Z\text{horizontale} + DZ$$

Exemple numérique complet

XA= 100,00	YA = 500,00	ZA = 22,000
XB = 120,00	YB = 420,00	ZB = 16,80
XC = 84,00	YC = 403,00	C = 15,40

BP = horizontale du plan
pgp = plus grande pente



1. Pente AC :

$$100 \times -\left(\frac{6,60}{98,31}\right) = -6,71\%$$

2. Coordonnées du point P aligné sur CA et de Z = 16,80 :

   XP = 87,39 et YP = 423,58

3. Plus grande pente :

$$pgp = 1,40 \times \frac{100}{20,824} = -6,72\%$$

4. Pente CA par rapport à pgp :

$$p = 6,72.\cos(3,453) = -6,71\%$$

B. Profils en long

Le profil en long est la coupe longitudinale du terrain suivant l'axe du projet. Il sert à mettre en place le projet sur le terrain naturel TN. Pour faciliter cette mise en place, on déforme l'échelle des hauteurs. Il sert surtout à positionner entre eux les profils en travers sur le terrain. Cependant, il convient de repérer entre ces profils levés les profils fictifs qui sont générés par le croisement du projet et du terrain naturel.

Les distances partielles calculées entre tous ces profils, y compris les profils fictifs, serviront à calculer les « **distances d'application** » pour le calcul des cubatures en volumes couchés.

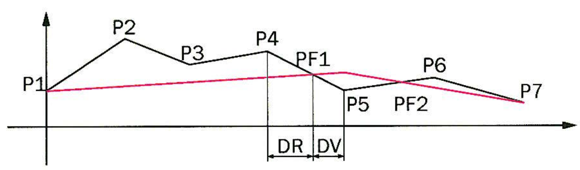


Figure 624. © ECS

Les distances partielles qui séparent les profils sont la distance arrière DR et la distance avant DV. En chaque profil, la **distance d'application** :

$$D = \frac{DR + DV}{2}$$

C. Profils en travers

Le profil en travers est une coupe transversale du terrain, perpendiculaire au profil en long. Il permet de déterminer les surfaces de remblai et de déblai entre le projet et le terrain naturel. Les surfaces de remblai ou de déblai constituent le deuxième élément nécessaire au calcul des cubatures, associé aux distances d'application.

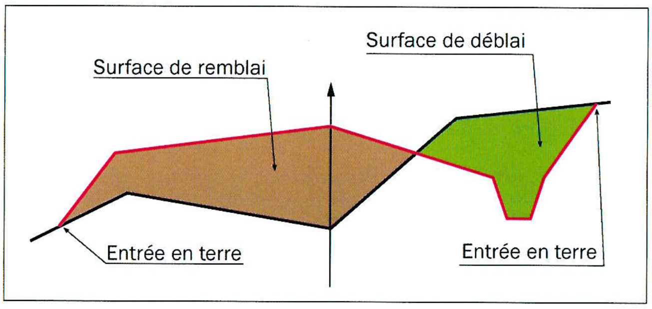


Figure 625. © ECS

Ces surfaces sont souvent digitalisées ou calculées par coordonnées rectangulaires.

D. Volumes ou cubatures

1. Volumes couchés

Le calcul de cubatures par volumes couchés consiste à calculer les volumes de déblai et de remblai, profil en travers par profil en travers. Il suffit de calculer les volumes individuels par profil, avec les surfaces et les distances d'application D :

$$VRi = Sri.Di$$

et

$$VDi = SDi.Di$$

et

$$\text{Volume total} = \sum Vi$$

Il va de soi que les volumes calculés aux profils fictifs sont d'office nuls !

2. Volumes debout

On applique ce procédé pour un lever en semis de points : chaque facette du terrain constitue avec le plan du projet un prisme vertical dont on déduit facilement le volume par la formule V = S.H.

La facette du terrain est constitutée de trois sommets : X, Y et Z.

La moyenne des trois altitudes donne l'altitude moyenne ZM de cette facette.

ZP est l'altitude du projet.

La hauteur du prisme se déduit de ZM – ZP.

La surface du dièdre se calcule par les X,Y des trois sommets ou graphiquement.

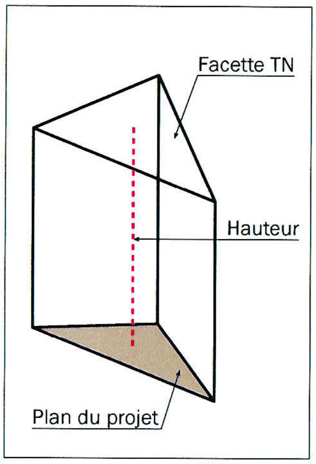


Figure 626. © ECS

$$Vi = Si.(ZM - ZP)$$

$$\text{Volume total} = \sum Vi$$

3. Volume par quadrillage

Si une parcelle de forme intéressante présente un relief très peu accidenté, on peut effectuer le lever topographique avec un seul niveau pour les Z, les points du quadrillage étant grossièrement montrés sur le terrain au pas par le porte-mire.

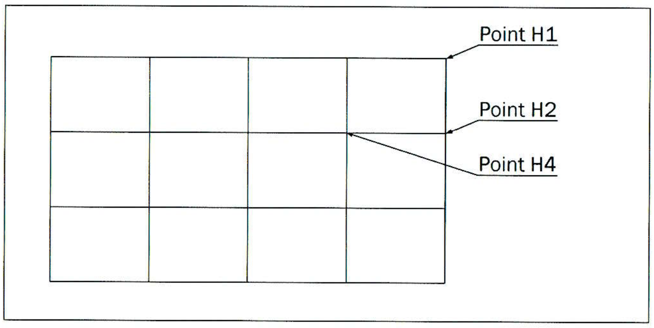


Figure 627. © ECS

On calcule ensuite les hauteurs H entre les Z du terrain naturel et le projet.

On dénomme H1 toutes les hauteurs isolées, H2 toutes les hauteurs communes à deux carrés et H4 toutes les hauteurs communes à quatre carrés.

S est la surface constante d'un carré.

$$V = \frac{S\left(\sum H1 + 2.\sum H2 + 3.\sum H3 + 4.\sum H4\right)}{4}$$

4. Foisonnement

Il sera tenu compte, dans le calcul des cubatures, en vue des mouvements de terre, à savoir que la terre déblayée grossit en volume et que la terre remblayée n'est pas assez vite tassée pour combler le volume imparti ! On consultera les tableaux officiels en fonction des matériaux mis en œuvre.

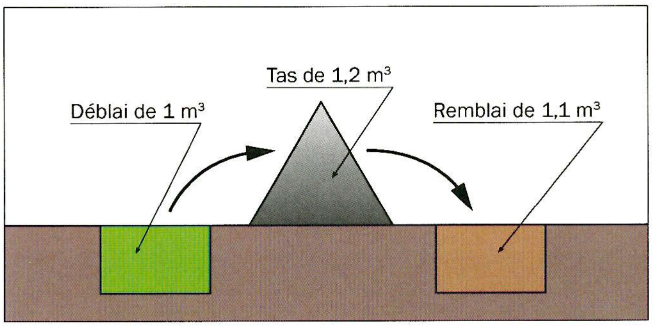


Figure 628. Exemple © ECS

NOTES PERSONNELLES